Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Támogatáskezelő Igazgatósága
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2006/2007-es tanév
3. (döntő) forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Legyen α az $x^2+px+q=0$ egyenlet egyik valós gyöke, β pedig az $x^2-px-q=$ $=0$ egyik valós gyöke, ahol $p,q\in\mathbb{R}$ és $q\neq 0$. Bizonyítsuk be, hogy az $x^2-2px-2q=0$ egyenletnek van α és β közé eső valós gyöke!

2. Rajzoljuk meg azokat a köröket, amelyek átmennek egy tetszőleges háromszög egyik csúcsán és a csúcsból induló oldalak csúcshoz közelebbi harmadolópontjain! Bizonyítsuk be, hogy van olyan kör, amelynek sugara a megrajzolt körök sugarának számtani közepe, és mindhárom kört érinti.

3. Tekintsük a szabályos n-szög csúcsai által meghatározott összes háromszöget! Mekkora lehet n értéke, ha a háromszögek között pontosan ugyanannyi tompaszögű van, mint hegyesszögű?

Az eredményhirdetést 2007. június 1-jén (pénteken) 13.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).