

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2006/2007-es tanév
2. forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Határozza meg a következő kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét a valós számok halmazán:

$$K = \frac{x + 1}{x^2 + 1}.$$

2. Tekintsük az $N = 1^2 + 2^3 + 3^4 + 4^5 + \dots + 2006^{2007}$ összeget!

a) Bizonyítsuk be, hogy N nem négyzetszám.

b) Igazoljuk, hogy $N + 4$ nem prímszám.

3. Az AB alapú ABC egyenlő szárú háromszög A csúcsból induló súlyvonalát harmadolja a B csúcsból induló magasság. Mekkora szögben látszik a háromszög S súlypontjából az AB alap?

4. A Tour de Hongrie kerékpáros körverseny távja 777 km. A szervezők, hogy megkönnyítsék a versenyzők dolgát, valamennyi résztvevőnek egy olyan kijelzőt adtak, amelyen kilométerenként felvillan a már megtett és a még hátralévő távolság. Tehát az indulás pillanatában (000; 777), a célba érkezéskor (777; 000), közben például (097; 680) látható a kijelzőn.

Hány esetben fordul elő, hogy a kijelzőn felvillanó számsorban nincs két egyforma számjegy?